RAN-2503000502013003

RAN-2503000502013003

F. Y. B. Sc. (Sem.-II) Examination October - 2025

Mathematics-MH-MJ-201 (Matrix Algebra) Paper-I

[Total Marks: 38

સૂચના : / Instructions	Seat No.:
(1) ઉપરોક્ત દર્શાવેલ વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી. Fill up strictly the above details on your answer book (2) Attempt all questions. (3) Figures to the right indicate full marks. (4) Follow usual notations and conventions.	Student's Signature

Q.1. Answer the following. **8**

1. Define lower triangualar matrix.
   અધઃ ત્રિકોણાકાર શ્રેણિક વ્યાખ્યાયિત કરો.

2. Find the determinant of the matrix $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.
   શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ નો નિશ્ચાયક શોધો.

3. Prove that for any square matrix A,
   $A - A^T$ is a skew – symmetric matrix.
   સાબિત કરો કે કોઈપણ ચોરસ શ્રેણિક A માટે $A - A^T$ એ વિસંમિત શ્રેણિક છે.

4. Find characteristic equation of the matrix $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$.
   $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ શ્રેણીકનું લાક્ષણિક સમીકરણ શોધો.

5. If $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ matrix and $\beta \in R$, then prove that trace$(\beta A) = \beta$trace(A).
   જો $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ અને $\beta \in R$, હોય તો સાબિત કરો કે trace$(\beta A) = \beta$trace(A).

6. Define raw rank of the matrix.
   શ્રેણીકના હાર કોટ્યાંકની વ્યાખ્યા આપો.

7. Find the rank of the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 10 & 18 \end{bmatrix}$.
   શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 10 & 18 \end{bmatrix}$ નો હાર કોટ્યાંક શોધો.

8. Define the similar matrices.
   અનુરૂપ શ્રેણીકોની વ્યાખ્યા આપો.

Q.2. **Answer Any Two from the following.** **10**

1. For the matrices $A = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ prove that

   1. $A^2 = B^2 = -I$
   2. $AB = -BA$

   શ્રેણીકો $A = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ માટે સાબિત કરો કે

   1. $A^2 = B^2 = -1$
   2. $AB = -BA$

2. Verify $(A + B)^T = A^T + B^T$ for the matrices.

   $$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 8 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 3 & -2 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \end{bmatrix}$$

   આપેલ શ્રેણીકો માટે $(A + B)^T = A^T + B^T$ ચકાસો

   $$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 8 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 3 & -2 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \end{bmatrix}$$

3. Find inverse of the matrix using reduced row echelon form.

   $$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

   આપેલ શ્રેણીકનો વ્યસ્ત શ્રેણીક તેના હરસોપાન સ્વરૂપ ઉપયોગ કરીને શાધો.

   $$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Q.3. **Answer Any Two from the following.** **10**

1. Convert the following matrix into it's reduced row echelon form and find it's row rank.

   $$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & -1 & 4 & 6 \\ 2 & 0 & -4 & 1 & 2 & -5 \\ 1 & 4 & 2 & 0 & -1 & 7 \\ 3 & 4 & -2 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

   આપેલ શ્રેણીકને તેના હાર-સોપાન સ્વરૂપમાં ફેરવો અને તેનો હાર કોટ્યાંક શોધો.

   $$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & -1 & 4 & 6 \\ 2 & 0 & -4 & 1 & 2 & -5 \\ 1 & 4 & 2 & 0 & -1 & 7 \\ 3 & 4 & -2 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

2. Solve the following system of linear equations by elementary row operations.

   $$5x - 6y + 4z = 1$$
   $$7x + 4y - 3z = 2$$
   $$2x + y + 6z = -1$$

આપેલ સુરેખ સમીકરણ સંહતિનો ઉકેલ પ્રાથમિક હાર પ્રક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરીને શોધો.

$$5x - 6y + 4z = 1$$
$$7x + 4y - 3z = 2$$
$$2x + y + 6z = -1$$

3. Solve the system of linear equations by elementary row operations.

$$2x - y + z = 0$$
$$-x + 2y - z = 0$$
$$x - y + 2z = 0$$

આપેલ સુરેખ સમીકરણ સંહતિનો ઉકેલ પ્રાથમિક હાર પ્રક્રિયાઓનો ઉપયોગ કરીને શોધો.

$$2x - y + z = 0$$
$$-x + 2y - z = 0$$
$$x - y + 2z = 0$$

Q.4. Answer Any Two from the following. 10

1. Find eigen values for the following matrix and find correspoinding eigen vectors for the largest eigen values.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

આપેલ શ્રેણીકનાં આત્મમૂલ્યો શોધો અને સૌથી મોટા આત્મમૂલ્યને સંગત આત્મસદીશ શોધો.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

2. Verify Cayley - Hamilton Theorem for the matrix.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

આપેલ શ્રેણિક માટે કેલી-હેમિલ્ટનનું પ્રમેય ચકાસો.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

3. For any given square matrix A, Prove that
a. for given eigen vector X, there exists unique eigen value.
b. for given eigen value α, there exist many eigen vectors.

આપેલ ચોરસ શ્રેણિક A માટે સાબિત કરો કે
a. આપેલ આત્મ સદીશ X ને સંગત એક જ આત્મ મૂલ્ય પ્રાપ્ત થાય છે.
b. આપેલ આત્મ મૂલ્ય α ને સંગત જુદા જુદા આત્મ સદીશ પ્રાપ્ત થાય છે.